

**4<sup>ème</sup> Sc-Exp**

**Série N°:5**

(Limite Continuité)

**EXERCICE N°1 :**

Soit la fonction  $g$  définie sur  $[2, +\infty[$  par :  $g(x) = \frac{1}{(x-1)(\sqrt{x-2}+1)}$

- 1/ a- Montrer que  $g$  est continue sur  $[2, +\infty[$  .
- b- Montrer que  $g$  est décroissante sur  $[2, +\infty[$  .
- c- En déduire que  $g$  est majorée sur  $[2, +\infty[$  .
- 2/ a- Montrer que l'équation  $g(x) = 1/2$  admet au moins une solution  $\alpha$  dans  $[2, 3]$
- b- En déduire que  $\alpha$  est une solution de l'équation :  $(x-1)\sqrt{x-2} = 3-x$

3/ Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-4x+3}$

- a- Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de  $f$ .
- b- Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité en 3 et définir ce prolongement.

4/ Soit la fonction  $h$  définie sur  $] -\infty, 3[$  par :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-4x+3} & \text{si } x \in [2, 3[ \\ \frac{x^2-3x+2}{x-2} & \text{si } x \in ]-\infty, 2[ \end{cases}$$

- a- Etudier la continuité de  $h$  en 2.
- b- Déterminer le domaine de continuité de  $h$ .

**EXERCICE N°2 :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :

$$f(x) = \begin{cases} x(2 - \sin(\frac{1}{x})) & \text{si } x < 0 \\ \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1/ a- Vérifier que pour tout  $x > 0$  ;  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$

    b- Calculer alors  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  .

2/ a- Montrer que :  $\forall x < 0, 3x \leq f(x) \leq x$

    b- Calculer alors  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

3/ Justifier que  $f$  est prolongeable par continuité en 0 et donner son prolongement  $g$ .

4/ Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . Interpréter graphiquement le résultat trouvé.

**EXERCICE N°3 :**

Dans le graphique ci-dessous, on tracera la courbe  $\zeta_f$  d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  et admettant :

- la droite  $x = 1$  comme asymptote verticale
- la droite (AB) comme asymptote oblique au voisinage de  $+\infty$  .
- une branche parabolique de direction (AB) au voisinage de  $-\infty$  .

1/ Par une lecture graphique déterminer :  $f(]-\infty, -1])$  ;  $f(]1, 3])$  et  $f(]-5, -1])$  .

2/ Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par  $g(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$

- a- Déterminer le domaine de définition de  $g \circ f$ .
- b- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g \circ f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -2} g \circ f(x)$
- c-  $g \circ f$  est-elle prolongeable par continuité en 1 ?  
Si oui définir ce prolongement.

